



Sesión Especial 2

Álgebras no asociativas

Organizadores

- Cristina Draper Fontanals (Universidad de Málaga)
- Miguel Ángel Gómez Lozano (Universidad de Málaga)

Descripción

Esta sesión está dedicada a las álgebras no asociativas, entre las que se incluyen las álgebras de Lie y de Jordan, y a las estructuras algebraicas relacionadas con ellas. Los primeros ejemplos de dichas álgebras aparecieron a mediados del siglo XIX, y desde entonces la teoría ha evolucionado hasta convertirse en una rama independiente de las Matemáticas, mostrando muchos puntos de contacto con otros campos de las Matemáticas, así como con Física, Mecánica, Biología y otras ciencias. El objetivo de esta sesión es reunir a los investigadores españoles que trabajan en el área de las estructuras no asociativas para promover la interacción entre investigadores y discutir nuevas direcciones para el futuro. También deseamos ir dando a conocer jóvenes investigadores trabajando en el área, a la vez que éstos se benefician de conocer las principales líneas actuales en España y los centros investigadores donde tienen lugar.

Programa

LUNES, 4 de febrero (mañana)

- | | |
|---------------|---|
| 11:30 – 12:00 | Antonio Fernández López (Universidad de Málaga)
<i>Álgebras de Lie primitivas</i> |
| 12:00 – 12:30 | Jose Brox (Universidad de Coimbra)
<i>Nonassociative products in nonassociative algebras with involution</i> |
| 12:30 – 13:00 | Rubén José Muñoz Alcázar (Universidad Rey Juan Carlos)
<i>Filtración asociada a un ideal interno abeliano de un álgebra de Lie</i> |
| 13:00 – 13:30 | José Antonio Cuenca Mira (Universidad de Málaga)
<i>Generalizations of a Theorem by Hopf</i> |



LUNES, 4 de febrero (tarde)

- 17:00 – 17:30 Esther García (Universidad Rey Juan Carlos)
Condiciones sobre la especialidad de las álgebras de Jordan asociadas a elementos ad-nilpotentes y los subcocientes en álgebras de Lie
- 17:30 – 18:00 Guillermo Vera de Salas (Universidad Rey Juan Carlos)
The Jordan superstructures of a Lie superalgebra
- 18:00 – 18:30 Alejandra Sarina Córdova Martínez (Universidad de Zaragoza)
Graduaciones en una familia de álgebras estructurables
- 18:30 – 19:00 Yolanda Cabrera Casado (Universidad de Málaga)
Non simple perfect evolution algebra

MARTES, 5 de febrero (mañana)

- 11:30 – 12:00 Fernando Montaner (Universidad de Zaragoza)
Algunas generalizaciones de resultados de Herstein a sistemas asociativos con involución
- 12:00 – 12:30 Irene Paniello Alastruey (Universidad Pública de Navarra)
On local algebras of quotients of Jordan systems
- 12:30 – 13:00 Jorge Roldán López (Universidad de la Rioja)
Lie algebras with a finite number of ideals
- 13:00 – 13:30 Jesús Laliena (Universidad de la Rioja)
Álgebras de Sabinin y álgebras de Jordan

Álgebras de Lie primitivas

ANTONIO FERNÁNDEZ LÓPEZ

Universidad de Málaga

emalfer@uma.es

Resumen. J. A. Anquela y T. Cortés probaron en [1] que un álgebra de Jordan J es primitiva (ver [2] para la definición) si es fuertemente prima y para algún elemento no nulo $a \in J$ el álgebra local J_a de J en a es primitiva. En esta charla proponemos una definición de álgebra de Lie primitiva inspirada por esta caracterización, demostramos algunas propiedades de las álgebras de Lie primitivas, y exhibimos algunos ejemplos que prueban que esta definición de primitividad es coherente con la usual para anillos asociativos.



Referencias

- [1] J. A. ANQUELA AND T. CORTÉS, Local-to-global inheritance of primitivity in Jordan algebras. *J. Arch. Math* **70**, 219-227 (1998).
- [2] L. HOGBEN AND K. MCCRIMMON, Maximal modular inner ideals and the Jacobson radical of a Jordan algebra. *J. Algebra* **66**, 155-169, (1981).

Nonassociative products in nonassociative algebras with involution

JOSE BROX

University of Coimbra

josebrox@mat.uc.pt

Abstract. Starting from the variety of associative, Lie, Jordan, alternative or Malcev algebras with involution (resp. with involutive automorphism), we classify all the formal bilinear products of the form

$$axy + bx^*y + cxy^* + dx^*y^* + Ayx + Byx^* + Cy^*x + Dy^*x^*$$

formed with the help of the original product and the involution $*$ (resp. involutive automorphism), which are either flexible, power-associative, alternative, associative, Jordan, binary-Lie, Malcev or Lie for all algebras of the chosen variety. To do so we formally define and study the change of product in an algebra acted on by a group of automorphisms and antiautomorphisms, solve the associative variety case via free algebras with computer assistance, and then solve the nonassociative cases via representations, nonassociative PI theory, and specific algebras.



Filtración asociada a un ideal interno abeliano de un álgebra de Lie

RUBÉN JOSÉ MUÑOZ ALCÁZAR

Universidad Rey Juan Carlos

rubenj.alcazar@urjc.es

Resumen. Dado un ideal interno abeliano B de un álgebra de Lie L tal que $\text{ad}_{[B, \text{Ker}_L(B)]}^{n-1}([B, \text{Ker}_L(B)]) \subseteq B$, para algún $n \in \mathbb{N}$, podemos construir una cadena de subconjuntos L

$$\dots \subseteq \mathcal{F}_{-n} \subseteq \mathcal{F}_{-n+1} \subseteq \dots \subseteq \mathcal{F}_0 \subseteq \dots \subseteq \mathcal{F}_{n-1} \subseteq \mathcal{F}_n \subseteq \dots$$

de manera que esta cadena es una filtración de L . Por lo tanto, tenemos un álgebra de Lie nueva,

$$\hat{L} = \mathcal{F}_{-n} \oplus \mathcal{F}_{-n+1}/\mathcal{F}_{-n} \oplus \dots \oplus \mathcal{F}_n/\mathcal{F}_{n-1}$$

tal que su par de Jordan asociado, $V = (\mathcal{F}_{-n}, \mathcal{F}_n/\mathcal{F}_{n-1})$, coincide con $(B, L/\text{Ker}_L(B))$.

Referencias

- [1] Fernández López, A., Jordan structures in Lie algebras, en progreso.
- [2] García, E., Gómez Lozano, M. (2012), Principal Filtrations of Lie Algebras, Communications in Algebra, 40, 3622-3628.

Trabajo en colaboración con E. García y M. Gómez



Generalizations of a Theorem by Hopf

JOSÉ ANTONIO CUENCA MIRA

Universidad de Málaga

cuenra@uma.es

Abstract. This talk deals with several generalizations of a Hopf's Theorem and some consequences. So we prove that for a commutative nearly absolute valued algebra A the following assertions are equivalent:

1. A is a division algebra not isomorphic to \mathbb{R} .
2. The elements of A have square roots.
3. Viewed as a real algebra A has dimension 2.

As an application we obtain the existence of only three different division commutative nearly absolute valued algebras whose norm satisfies $\|x^2\| = \|x\|^2$. Furthermore, some related topics are also treated.

Condiciones sobre la especialidad de las álgebras de Jordan asociadas a elementos ad-nilpotentes y los subcocientes en álgebras de Lie

ESTHER GARCÍA GONZALEZ

Universidad Rey Juan Carlos

esther.garcia@urjc.es

Resumen. Dada un álgebra de Lie fuertemente prima L , estudiamos condiciones suficientes para asegurar la especialidad de las álgebras de Jordan asociadas a elementos ad-nilpotentes de índice ≤ 3 de L . De modo similar, estudiamos la especialidad del par de Jordan obtenido a partir de un ideal interno abeliano de L . Resaltamos que pese a estudiar la especialidad de un sistema de Jordan, las condiciones requeridas son condiciones tipo Lie.

trabajo conjunto con M. Gómez Lozano y R. Muñoz Alcázar
Financiado por Ministerio de Economía y Competitividad, y Fondos FEDER MTM2014-52470-P, y MTM2017-84194-P (AEI/FEDER, UE).



The Jordan superstructures of a Lie superalgebra

GUILLERMO VERA DE SALAS

Universidad Rey Juan Carlos

guillermo.vera@urjc.es

Abstract. Let $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$ be a Lie superalgebra. Given an element $x \in L_{\bar{0}} \cup L_{\bar{1}}$ with $\text{ad}^3(x) = 0$, we can define a new superalgebra $L_x = ([x, [x, L]], \bullet)$ with product

$$[x, [x, a]] \bullet [x, [x, b]] = \frac{1}{2}[x, [x, [[a, x], b]]].$$

When $x \in L_{\bar{0}}$ we show that the superalgebra L_x is a Jordan superalgebra. Our proof follows by using Grassmann envelope techniques, although it can be shown directly that L_x is supercommutative and satisfies the Jordan superidentity.

However, if $x \in L_{\bar{1}}$, we obtain a Jordan superpair (L_x, L_x) which is identified to a new construct called subquotient. Let B be an inner ideal abelian of L , i.e. $[B, [B, L]] \subset B$ and $[B, B] = 0$, we prove that $(B, L/\ker_B(L))$ is a Jordan superpair isomorphic to (L_x, L_x) when $B = [x, [x, L]]$.

Referencias

- [1] FERNÁNDEZ, A., GARCÍA, E., GÓMEZ, M., *The Jordan algebras of a Lie algebra*, Journal of Algebra (2007) **308**, 164-177.
- [2] MARTÍNEZ, C., *Simplicity of Jordan Superalgebras and Relations with Lie Structures*, Irish Math Soc. Bulletin **50** (2003), 97-116.



Graduaciones en una familia de álgebras estructurables

ALEJANDRA SARINA CÓRDOVA MARTÍNEZ

Universidad de Zaragoza

sarina.cordova@gmail.com

Resumen. El objetivo principal de esta charla es dar la clasificación de las graduaciones por grupos en una de las familias de álgebras simples estructurables: el producto tensorial de un álgebra de Cayley \mathcal{C} y un álgebra de Hurwitz \mathcal{B} con la involución como el producto tensorial de las involuciones estándar.

En el proceso de obtención de graduaciones en dichas álgebras donde \mathcal{B} es también un álgebra de Cayley encontramos que el problema se puede reducir a encontrar graduaciones en su producto cartesiano $\mathcal{C} \times \mathcal{B}$. Por supuesto este producto no es un álgebra simple, si no una semisimple. Así, primero damos un resultado más general: la clasificación de graduaciones en álgebras semisimples (productos directos finitos de álgebras simples de dimensión finita). Usamos esto para finalmente dar la clasificación de graduaciones en $(\mathcal{C} \otimes \mathcal{B}, -)$.

Non simple perfect evolution algebra

YOLANDA CABRERA CASADO

Universidad de Málaga

yolandacc@uma.es

Abstract. Recently a new type of genetic algebras, denominated *evolution algebras*, has emerged to enlighten the study of non-Mendelian genetics, which is the basic language of the molecular Biology. We characterize the simple evolution algebras and we study the perfect non simple ones.



Referencias

- [1] J. P. TIAN, *Evolution algebras and their applications*. Springer, 2008.
- [2] YOLANDA CABRERA CASADO; MERCEDES SILES MOLINA; M. VICTORIA VELASCO, Evolution algebras of arbitrary dimension and their decompositions. *Linear Algebra Appl.* **495**, 122-162 (2016).
- [3] A. ELDUQUE; A. LABRA, Evolution algebras and graphs. *J. Algebra Appl.* **14**(7), 1550103, 10 pp. (2015).

Algunas generalizaciones de resultados de Herstein a sistemas asociativos con involución

FERNANDO MONTANER FRUTOS

Universidad de Zaragoza

fmontaner@unizar.es

Resumen. A mediados de los años 50 del siglo XX, Herstein inauguró un campo de investigación consistente en el estudio de las estructuras de Lie y de Jordan de álgebras asociativas y, en particular, de álgebras asociativas con involución. La literatura perteneciente a este campo es muy vasta y los resultados admiten diversas generalizaciones. En esta charla examinamos versiones de alguno de los resultados clásicos de Herstein para sistemas asociativos (pares principalmente) con involución, en particular los que hacen referencia a subsistemas asociativos generado por trazas (o, más generalmente, por subsistemas amplios) adoptando el punto de vista PI de Martindale y Miers sobre los resultados de Herstein.



On local algebras of quotients of Jordan systems

IRENE PANIELLO ALASTRUEY

Universidad Pública de Navarra

irene.paniello@unavarra.es

Abstract. In this talk we will first review different constructions of systems of quotients for Jordan systems, to then focus on their local algebras. The relationship between maximal systems of quotients and local algebras of Jordan systems will also be considered.

Trabajo en colaboración con Fernando Montaner

Partially supported by the Spanish Ministerio de Economía y Competitividad and FEDER, grant MTM2017-83506-C02-1-P (AEI/FEDER, UE).

Lie algebras with a finite number of ideals

JORGE ROLDÁN LÓPEZ

Universidad de la Rioja

jorge.roldanl@unirioja.es

Abstract. In this talk we focus on the structure of Lie algebras with a finite number of ideals and their graph representation through Hasse diagrams. By using generalities on the algebraic structure of this class of algebras, we will give a complete description for those Lie algebras in this class that have null Frattini subalgebra.

Trabajo en colaboración con Pilar Benito

Álgebras de Sabinin y álgebras de Jordan

JESÚS ANTONIO LALIENA CLEMENTE

Universidad de la Rioja

jesus.laliena@unirioja.es

Resumen. I.P. Shestakov y U.U. Umirbaev construyeron a partir de un álgebra no asociativa cualquiera un álgebra de Sabinin asociada a ella. Esta construcción generaliza la habitual de construir álgebras de Lie a partir de asociativas, o de Malcev a partir de alternativas. Se trata de estudiar las álgebras obtenidas con esta construcción a partir de una de Jordan, y en particular la estructura de sus ideales.



Referencias

- [1] L.V. Sabinin; Tangential connections of loopuscular structures, Webs an quasigroups (Russian) 86-89, 129, Kalinin. Gos. Univ., Kalinin, 1986.
 - [2] I.P. Shestakov, U.U. Umirbaev; Free Akiwis algebras, primitive elements and hyperalgebras, J. Algebra 250 (no 2)(2002), 533-548.
-